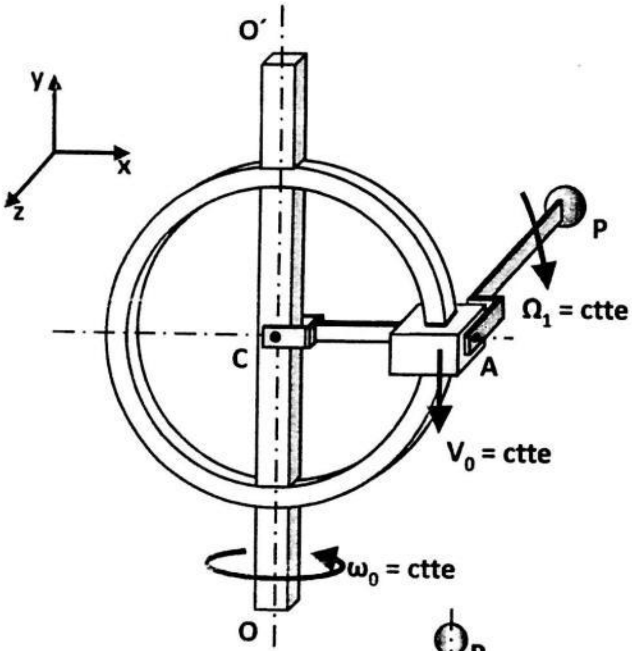
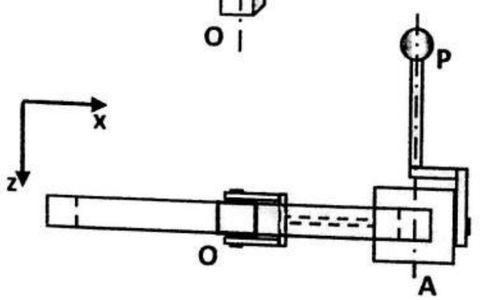




El mecanismo mostrado en la figura está formado por:

-Un subsistema **Aro – Barra O-O'**, rígidamente unidos entre si, donde el Aro tiene su centro en el punto **C** y un radio igual a **R.** El subsistema gira alrededor del Eje **O – O´** con velocidad angular de magnitud constante ω_0. El subsistema Aro- Barra O-O' presenta vínculos con tierra en O y en O' (no mostrados en la figura) que sólo le permiten rotar en dirección "j".

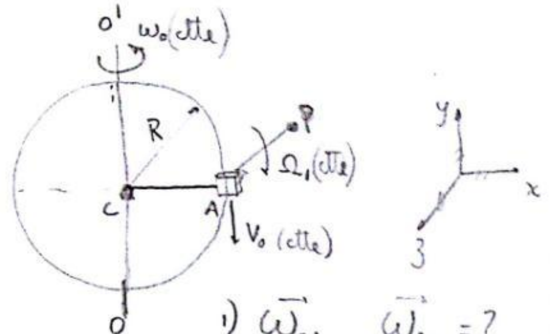
-Una **Barra CA**, de longitud R, unida a la Barra O-O' en C mediante un pasador y a una corredera en el punto A. La corredera se traslada en la periferia del aro con velocidad tangencial de magnitud constante V_0., relativa al aro. Observe que el vínculo entre el aro y la corredera sólo permite traslación relativa de la corredera en la periferia del aro.

-Una **Barra AP**, de longitud R, vinculada a la corredera a través de un sistema horquilla-pasador. La Barra AP gira con velocidad angular de magnitud constante Ω_1 respecto a la barra CA. Observe que para el instante mostrado la barra AP está contenida en un plano paralelo al plano xz.

Determine, para el instante mostrado:

1) Las velocidades angulares absolutas de la Barra CA y de la Barra AP
2) La velocidad absoluta del punto **P**
3) La aceleración angular absoluta de la Barra AP. Exprese sus resultados en la base del sistema inercial dado *xyz*.

AP = R



1) $\vec{\omega}_{CA}$, $\vec{\omega}_{AP} = ?$

2) $\vec{v}_P = ?$

3) $\vec{\alpha}_{AP} = ?$

Sol. N = 3.

Sist. CXYZ → aro

$$\vec{v}_A = \cancel{\vec{v}_C} + \omega_0 \hat{j} \times R\hat{i} + V_0(-\hat{j})$$

$$v_A = -\omega_0 R\hat{k} - V_0\hat{j}$$

Sist. CXYZ → $\overline{CA}$

$$\vec{v}_A = \cancel{\vec{v}_C} + \vec{\omega}_{CA} \times R\hat{i}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 \\ -\Omega_{CA} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\Omega_{CA}R \\ -\omega_0 R \end{bmatrix}$$

igualando $\Rightarrow V_0 = \Omega_{CA}R \Rightarrow \Omega_{CA} = \dfrac{V_0}{R}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_{CA} = \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 \\ -\frac{V_0}{R} \end{bmatrix} & \begin{matrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{matrix} \end{array}}$$

$$\boxed{\vec{\omega}_{AP} = \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} -\Omega_1 \\ \omega_0 \\ -\frac{V_0}{R} \end{bmatrix} & \begin{matrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{matrix} \end{array}}$$

$$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{\omega}_{AP} \times \vec{AP}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ -V_0 \\ -\omega_0 R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Omega_1 \\ \omega_0 \\ -\frac{V_0}{R} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\vec{v}_P = \begin{bmatrix} -\omega_0 R \\ -V_0 - \Omega_1 R \\ -\omega_0 R \end{bmatrix}}$$

$$\vec{\alpha}_{AP} = \frac{d\vec{\omega}_{AP}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\omega_0\hat{j} + \frac{V_0}{R}(-\hat{K}_1) + \Omega_1(-\hat{I}_2)\right)$$

$$\vec{\alpha}_{AP} = -\frac{V_0}{R} \cdot \frac{d\hat{K}_1}{dt} - \Omega_2 \cdot \frac{d\hat{I}_2}{dt}$$

$$\frac{d\hat{K}_1}{dt} = \vec{\omega}_{CA} \times \hat{K}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 \\ -V_0/R \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\hat{I}}_2 = \vec{\omega}_{AP} \times \hat{I}_2 = \begin{bmatrix} -\Omega_1 \\ \omega_0 \\ -V_0/R \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -V_0/R \\ -\omega_0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\vec{\alpha}_{AP} = \begin{bmatrix} -\frac{V_0}{R} \cdot \omega_0 \\ +\frac{V_0}{R} \cdot \Omega_2 \\ +\omega_0 \cdot \Omega_2 \end{bmatrix}}$$

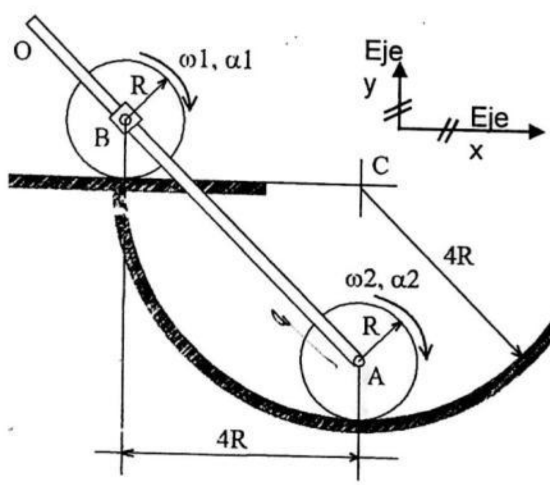
Nombre:	Respueta modelo.
Apellidos:	
Carné:	
Profesor:	
Calificación:	/ 20

Universidad Simón Bolívar
División de Física y Matemáticas
Departamento de Mecánica

Examen 1 - Dinámica I

Enero – Marzo 2013 05/02/2013 Profesores Rastelli, Casanova, Bossio y Romero

Problema 1: 10 puntos

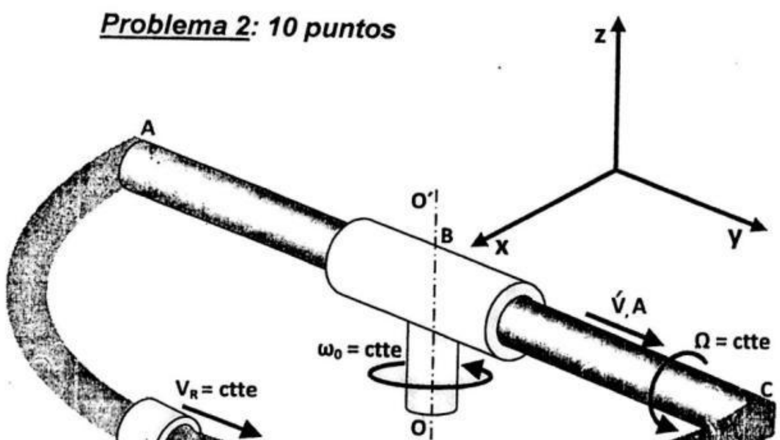


El disco de centro B y radio **R**, rueda sin deslizar con velocidad angular absoluta ω_1 y con aceleración angular absoluta α_1 sobre una superficie plana horizontal. El disco de centro A y radio **R**, rueda sin deslizar con velocidad angular absoluta ω_2 y con aceleración angular absoluta α_2 sobre una superficie cóncava de radio **4R**.

La barra AO, de longitud **8R**, está articulada al disco de centro A por medio de un pasador ideal en A, que sólo le permite a la barra rotar respecto al referido disco. La barra AO está articulada al disco de centro B mediante la corredera B. unida al centro del disco mediante un pasador ideal. Note que la barra AO puede deslizar dentro de la corredera B.

Calcule, para el instante mostrado, ω_{barra} y α_{barra}.

Problema 2: 10 puntos



La corredera centrada en B tiene un vínculo con tierra (no mostrado en la figura) que **sólo** le permite rotación alrededor del eje "**OO´**" (siempre paralelo a "**z**"), con velocidad angular absoluta constante "ω_0". La pieza rígida AC consta de una barra recta que va desde A hasta C y una barra semicircunferencial también desde A hasta C (note que la barra recta y la semicircunferencial forman un mismo cuerpo rígido que, en el instante mostrado, está contenido en el plano "**xy**"). Esta pieza rígida AC desliza a lo largo de la corredera centrada en B con velocidad relativa "**V**" y aceleración relativa "**A**" (ambas en dirección "**y**" para el instante mostrado). También la pieza rígida AC rota con velocidad angular relativa constante "**Ω**" en dirección "**y**", respecto a la corredera B.

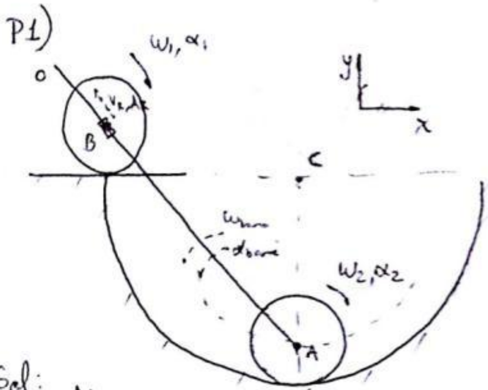
Por otra parte, existe una partícula **P** que desliza a lo largo de la parte semicircunferencial de la pieza rígida AC, con velocidad relativa "$\mathbf{V_R}$" de magnitud constante. Note que en el instante mostrado "$\mathbf{V_R}$" es paralela a la línea AC y que el vector de posición BP tiene dirección "**x**", para ese instante.

La semicircunferencia es de radio "**R**"; y para el instante mostrado las distancias AB y BC son iguales a "**R**".

Calcule, para ese mismo instante, la velocidad y aceleración absolutas de la partícula P.

Sol. Parcial I Dinámica I Ene - Mar - 2013

P1)



$\omega_{barra} = ?$

$\alpha_{barra} = ?$

Para el instante mostrado.

Sol: $N = 2$

$$\vec{v}_A = \begin{bmatrix} \omega_2 . R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \vec{v}_B = \begin{bmatrix} \omega_1 . R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

sist. $AX_1Y_1Z_1$ solid. barra

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}_{barra} \times \vec{AB} + \vec{V}_R$$

$$= \vec{v}_A + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{barra} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -4R \\ 4R \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} V_R \\ \frac{\sqrt{2}}{2} V_R \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_B = \begin{bmatrix} \omega_2 . R - 4\omega_{barra} . R - \frac{\sqrt{2}}{2} V_R \\ -4\omega_{barra} R + \frac{\sqrt{2}}{2} V_R \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 . R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} (a) \\ (b) \\ \end{matrix}$$

$$(a) + (b) \Rightarrow \omega_2 \cancel{R} - 8\omega_{barra} . \cancel{R} = \omega_1 \cancel{R} \Rightarrow \boxed{\omega_{barra} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{8}}$$

$$(b) \Rightarrow V_R = 4\sqrt{2}\, \omega_{barra} . R \Rightarrow V_R = \frac{\sqrt{2}}{2} (\omega_2 - \omega_1) . R$$

$$\vec{v}_A = \omega_{2(t)} R\, \hat{e}_T \quad \forall t \Rightarrow \vec{a}_A = \alpha_2 . R\, \hat{e}_T + \frac{\omega_2^2 R^2}{3R} \hat{e}_N$$

para el instante mostrado $\vec{a}_A = \begin{bmatrix} \alpha_2 R \\ \frac{\omega_2^2 . R}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\vec{a}_B = \begin{bmatrix} \alpha_1 . R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \overset{\text{sist. } AX_1Y_1Z_1 \text{ solid. barra}}{=} \vec{a}_A + \vec{\alpha} \times \vec{AB} - \omega^2 \vec{AB} + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_R + \vec{A}_R$$

$$= \vec{a}_A + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_{barra} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -4R \\ 4R \\ 0 \end{bmatrix} - \omega_{barra}^2 . \begin{bmatrix} -4R \\ 4R \\ 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{barra} \end{bmatrix} \times \ldots$$

$$\ldots \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} V_R \\ \frac{\sqrt{2}}{2} V_R \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} A_R \\ \frac{\sqrt{2}}{2} A_R \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_2 R \\ \frac{\omega_2^2 R}{3} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4\alpha_{barra} R + 4\omega_{barra}^2 R - \sqrt{2}\,\omega_{barra} V_R - \frac{\sqrt{2}}{2} A_R \\ -4\alpha_{barra} R - 4\omega_{barra}^2 R - \sqrt{2}\,\omega_{barra} V_R + \frac{\sqrt{2}}{2} A_R \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} (c) \\ (d) \\ \end{matrix}$$

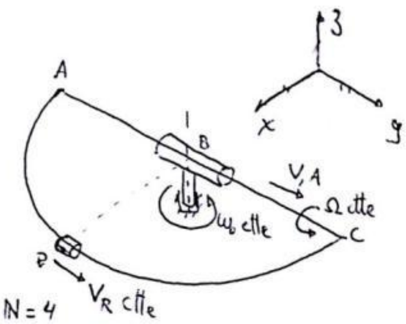
$$(d) + (c) \Rightarrow -8\alpha_{barra} . R - 2\sqrt{2}\, \omega_{barra} . V_R = \alpha_1 . R - \alpha_2 . R - \frac{\omega_2^2 R}{3}$$

$$\alpha_{barra} = \frac{-2\sqrt{2}\, \omega_{barra} . V_R - \alpha_1 . R + \alpha_2 R + \omega_2^2 R/3}{8R}$$

$$\alpha_{barra} = -\cancel{2\sqrt{2}} . \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{\cancel{8}_4} . \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} . \frac{(\omega_2 - \omega_1) . \cancel{R}}{8\cancel{R}} - \frac{\alpha_1 . \cancel{R}}{8\cancel{R}} + \frac{\alpha_2 \cancel{R}}{8\cancel{R}} + \frac{\omega_2^2 R}{24 R}$$

$$\boxed{\alpha_{barra} = -\frac{1}{32} (\omega_2 - \omega_1)^2 - \frac{\alpha_1}{8} + \frac{\alpha_2}{8} + \frac{\omega_2^2}{24}}$$

P2)



$\vec{v}_P = ?$

$\vec{a}_P = ?$

$\hat{i}$ $\hat{j}$ $\hat{k}$

Sol: N = 4

Sist $BX_1Y_1Z_1$ solid. AC (cuerpo rígido).

$$\vec{v}_P = \underbrace{\vec{v}_B}_{\begin{bmatrix}0\\V\\0\end{bmatrix}} + \begin{bmatrix}0\\\Omega\\\omega_0\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}R\\0\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\V_R\\0\end{bmatrix}$$

$$\boxed{\vec{v}_P = \begin{bmatrix}0\\V+\omega_0 R + V_R\\-\Omega R\end{bmatrix} \begin{matrix}\hat{i}\\\hat{j}\\\hat{k}\end{matrix}}$$

$$\vec{a}_P = \vec{a}_B + \vec{\alpha} \times \vec{BP} + \vec{\omega} \times \left[\vec{\omega} \times \vec{BP}\right] + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_R + \vec{A}_R$$

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\Omega\,\hat{j}_1 + \omega_0 \hat{k}\right) = \Omega \cdot \dot{\hat{j}}_1$$

$$\frac{d\hat{j}_1}{dt} = \vec{\omega} \times \hat{j}_1 = \begin{bmatrix}0\\\Omega\\\omega_0\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\omega_0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\vec{\alpha} = \begin{bmatrix}-\Omega \cdot \omega_0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\vec{A}_R = \begin{bmatrix}-\dfrac{V_R^2}{R}\\0\\0\end{bmatrix}$$

Sist. $BX_2Y_2Z_2$ solid. corredera

$$\vec{a}_B = 2\begin{bmatrix}0\\0\\\omega_0\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}0\\V\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\A\\0\end{bmatrix}$$

$$\vec{a}_B = \begin{bmatrix}-2\omega_0 V\\A\\0\end{bmatrix}$$

$$\vec{a}_P = \begin{bmatrix}-2\omega_0 V\\A\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-\Omega \cdot \omega_0\\0\\0\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}R\\0\\0\end{bmatrix} + \vec{\omega} \times \left[\begin{bmatrix}0\\\Omega\\\omega_0\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}R\\0\\0\end{bmatrix}\right] + \cdots$$

$$\cdots + 2\begin{bmatrix}0\\\Omega\\\omega_0\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}0\\V_R\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-V_R^2/R\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\vec{a}_P = \begin{bmatrix}-2\omega_0 V\\A\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\\Omega\\\omega_0\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}0\\\omega_0 R\\-\Omega R\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-2\omega_0 V_R\\0\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-V_R^2/R\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\boxed{\vec{a}_P = \begin{bmatrix}-\Omega^2 R - \omega_0^2 R - 2\omega_0 V_R - V_R^2/R - 2\omega_0 V\\A\\0\end{bmatrix}}$$

Universidad Simón Bolívar
División de Física y Matemáticas
Departamento de Mecánica

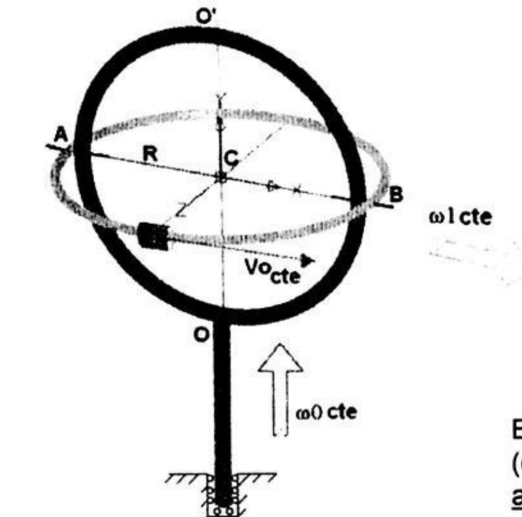
Examen 1 - Dinámica I
Septiembre – Diciembre 2013

Nombre:
Apellidos: Respuesta Modelo
Carné:
Profesor:

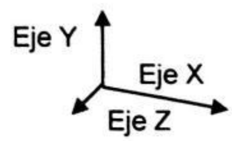
Calificación: / 20

Problema 1: 10 puntos

En la figura se muestra un mecanismo conformado por un aro que gira alrededor del eje OO' (aro de color gris intenso), un aro que gira respecto al aro anterior (color gris claro) alrededor del eje ACB y una corredera que desliza a lo largo del aro gris claro.



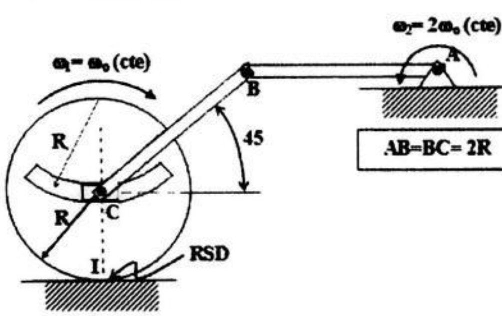
Orientar los sistemas móviles según se indica:



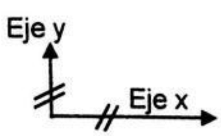
El aro OO' rota <u>uniformemente</u> con velocidad angular de magnitud **$\omega 0$** conocida, mientras que el otro aro rota <u>uniformemente</u> respecto del aro de color gris intenso con velocidad angular de magnitud **$\omega 1$** conocida. La corredera D, en capacidad de deslizar sobre el eje del aro gris claro, se mueve con velocidad relativa **Vo** de magnitud constante respecto del aro de color gris claro.

En el instante de interés, el plano del aro gris claro es horizontal (contenido en plano XZ). Se pide calcular la <u>aceleración angular absoluta del aro gris claro</u> para el instante de interés y la aceleración absoluta de la corredera D.

Problema 2: 10 puntos



La figura muestra un disco de radio **R**, que rueda sin deslizar sobre una superficie plana con velocidad angular absoluta, constante y conocida $\omega_1 = \omega_o$. El disco presenta una ranura delgada con forma de arco de circunferencia de radio **R,** cuyo eje pasa por su centro, y a lo largo de la cual desliza una corredera **C** vinculada a la barra **CB** mediante un pasador ideal en **C**. Para el instante mostrado la corredera se encuentra ubicada en el centro del disco, mientras que el eje axial de la barra **CB** forma un ángulo de 45 grados respecto a la horizontal.

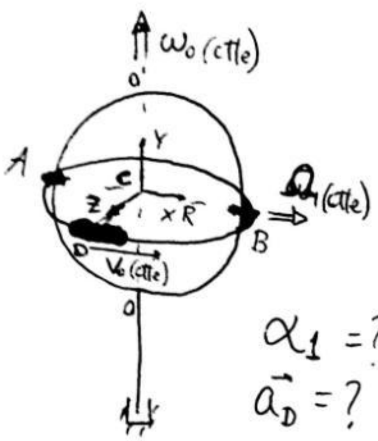


La barra **CB** se encuentra unida a la barra **AB** a través de pasador ideal en **B**. Ambas barras son de longitud igual a **2R**. El extremo **A** de la barra **AB** está vinculado a tierra a través de una articulación plana, que le permite rotar a la barra **AB** con una velocidad angular absoluta, constante y conocida $\omega_2 = 2\omega_o$. Determine para el instante mostrado la velocidad angular absoluta y la aceleración angular absoluta de la barra **CB**. <u>Exprese sus resultados en la base del sistema inercial dado *xyz*.</u>

<u>Recomendación general al resolver los problemas</u>:
Es muy importante que usted indique bien los sistemas de coordenadas móviles a utilizar, enfatizando los orígenes y los cuerpos rígidos a los que se hacen solidarios. Recuerde también recalcar las trayectorias, las velocidades y las aceleraciones relativas de los puntos de interés.

E1 D1 Sept - Dic 2013

P1.



$\alpha_1 = ?$
$\vec{a}_D = ?$
} Para el instante mostrado.

Sol: $N = 3$

Sist. $CX_1Y_1Z_1 \rightarrow$ aro 1 (gris claro)

$$\vec{v}_D = \cancel{\vec{v}_c}^{\,0} + \vec{\omega}_1 \times \vec{R}_D + \vec{V}_D$$

$$\vec{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 \\ 0 \end{bmatrix}\begin{matrix}\hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k}\end{matrix} + \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\begin{matrix}\hat{I}_1 \\ \hat{J}_1 \\ \hat{K}_1\end{matrix}$$

$$\vec{R}_D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{bmatrix}\begin{matrix}\hat{I}_1 \\ \hat{J}_1 \\ \hat{K}_1\end{matrix} \quad ; \quad \vec{V}_D = \begin{bmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\begin{matrix}\hat{I}_1 \\ \hat{J}_1 \\ \hat{K}_1\end{matrix}$$

pero para el instante mostrado (p.i.m)

$$\vec{v}_D = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{v}_D = \begin{bmatrix} \omega_0 R + V_0 \\ -\Omega_1 R \\ 0 \end{bmatrix} \; \boxed{3}$$

$$\vec{a}_D = \cancel{\vec{a}_c}^{\,0} + \vec{\alpha}_1 \times \vec{R}_D + \vec{\omega}_1 \times [\vec{\omega}_1 \times \vec{R}_D] + 2\vec{\omega}_1 \times \vec{V}_D + \vec{A}_D$$

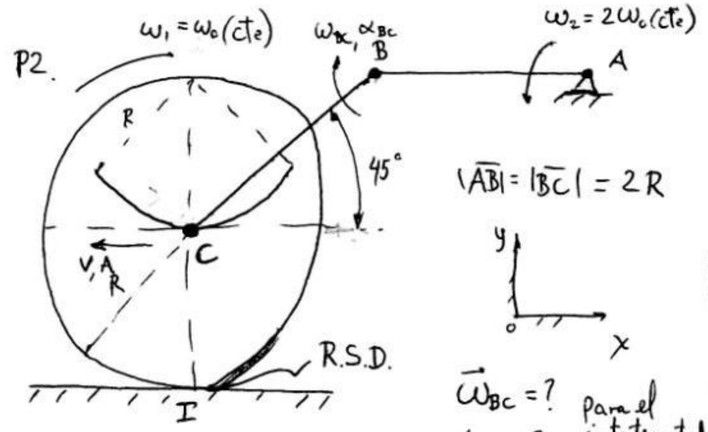
$$\vec{\alpha}_1 = \frac{d\vec{\omega}_1}{dt} = \Omega_1 . \dot{\hat{I}}_1 \Rightarrow \Omega_1 . \vec{\omega}_1 \times \hat{I}_1$$

$$\Rightarrow \vec{\alpha}_1 = \Omega_1 . \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{\alpha}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_0 . \Omega_1 \end{bmatrix}\begin{matrix}\hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k}\end{matrix} \text{ (p.i.m)}} \; \boxed{3}$$

$$\vec{a}_D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_0 \Omega_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \omega_0 R \\ -\Omega_1 R \\ 0 \end{bmatrix} + 2 . \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \ldots$$

$$\ldots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -V_0^2/R \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Omega_1^2 R - \omega_0^2 R - 2\omega_0 V_0 - V_0^2/R \end{bmatrix}} \; \boxed{4}$$

P2.



$|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = 2R$

$\vec{\omega}_{BC} = ?$
$\alpha_{BC} = ?$
Para el instante mostrado (p.i.m.)

Sol: $N = 2$

$$\vec{v}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\omega_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4\omega_0 R \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_C = \begin{bmatrix} 0 \\ -4\omega_0 R \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_{BC} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\sqrt{2}R \\ -\sqrt{2}R \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}\,\omega_{BC} R \\ -4\omega_0 R + \sqrt{2}\,\omega_{BC} R \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_{C_{disco}} = \begin{bmatrix} \omega_0 R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \vec{v}_C = \begin{bmatrix} \omega_0 R - V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

igualando

$$\Rightarrow \sqrt{2}\,\omega_{BC} = 4\omega_0 \Rightarrow \omega_{BC} = 2\sqrt{2}\,\omega_0 \Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_{BC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2\sqrt{2}\,\omega_0 \end{bmatrix}} \ \boxed{3}$$

$$\Rightarrow V = +4\omega_0 R + \omega_0 R \Rightarrow V = 5\omega_0 R \ \boxed{1}$$

$$\vec{a}_B = -4\omega_0^2 \begin{bmatrix} -2R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8\omega_0^2 R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a}_C = \begin{bmatrix} 8\omega_0^2 R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\alpha_{BC} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\sqrt{2}R \\ -\sqrt{2}R \\ 0 \end{bmatrix} - 8\omega_0^2 \begin{bmatrix} -\sqrt{2}R \\ -\sqrt{2}R \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_C = \begin{bmatrix} 8\omega_0^2 R - \sqrt{2}\,\alpha_{BC} R + 8\sqrt{2}\,\omega_0^2 R \\ \sqrt{2}\,\alpha_{BC} R + 8\sqrt{2}\,\omega_0^2 R \\ 0 \end{bmatrix} \ \boxed{2}$$

$$\vec{a}_{C_{disco}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{a}_C = 2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5\omega_0 R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -A \\ \frac{25\omega_0^2 R^2}{R} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_C = \begin{bmatrix} -A \\ 10\omega_0^2 R + 25\omega_0^2 R \\ 0 \end{bmatrix} \ \boxed{2}$$

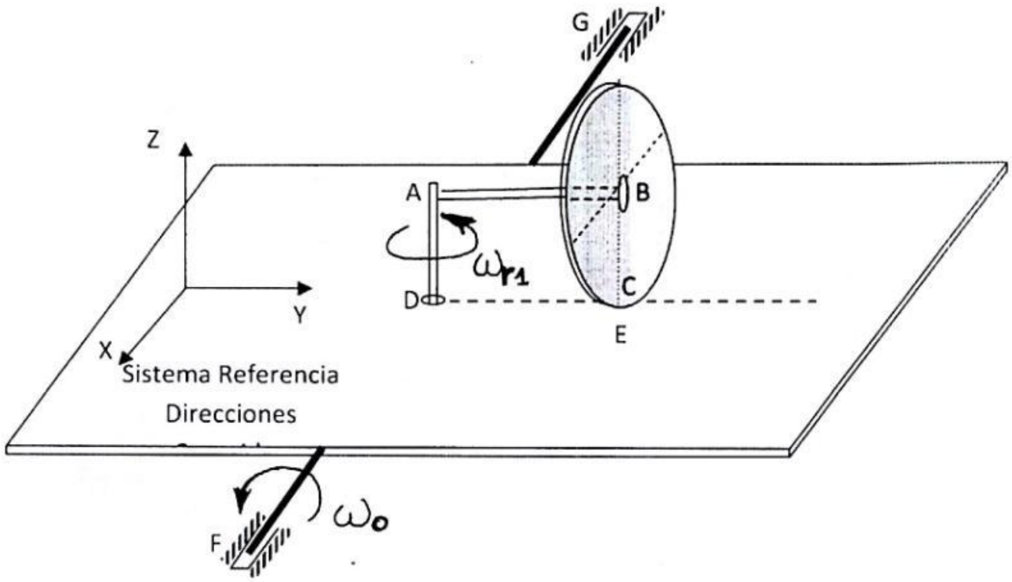
igualando $\sqrt{2}\,\alpha_{BC} + 8\sqrt{2}\,\omega_0^2 = 35\omega_0^2$

$$\Rightarrow \alpha_{BC} = \frac{35\sqrt{2}}{2}\omega_0^2 - 8\omega_0^2 \Rightarrow \boxed{\vec{\alpha}_{BC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8\omega_0^2 - \frac{35\sqrt{2}}{2}\omega_0^2 \end{bmatrix}} \ \boxed{2}$$

Respuesta Modelo

DINAMICA 1.
PRIMER EXAMEN PARCIAL CARNET : NOMBRE:
ENERO 2015

En la figura se muestra un mecanismo formado por tres cuerpos rígidos



1. Una plataforma plana en rotación uniforme alrededor de un eje fijo horizontal: FG, con velocidad angular de magnitud constante ω_o
2. Un brazo AB, de longitud $2r$ en rotación uniforme relativa con una velocidad angular conocida y constante ω_{r1}, en dirección perpendicular al plano, esto es, en dirección DA
3. Un disco de radio r, animado de un movimiento de rodadura con respecto a la plataforma. El disco esta dispuesto en un plano vertical y su eje axial coincide con el eje de la extensión AB (AB perpendicular al plano del disco)

Determine:

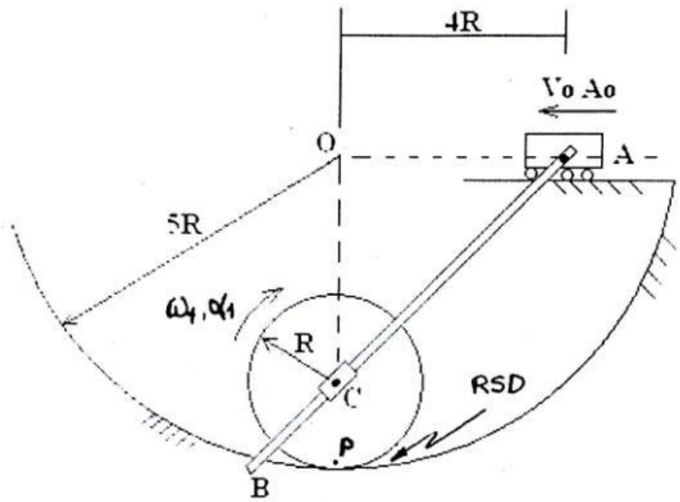
1. La velocidad angular absoluta del disco.
2. Explique las razones por las cuales la velocidad angular del disco corresponde a una expresion genérica
3. La aceleración angular absoluta del disco para ese instante.

En la figura se ha sugerido una orientación para los ejes coordenados que considere en su análisis.

NOTA: Sea preciso en el momento de :

- ✓ Indicar los cuerpos rígidos a los cuales se hacen solidarios los distintos sistemas de coordenadas.
- ✓ Definir las direcciones de los vectores velocidades angulares
- ✓ Establecer velocidades y aceleraciones de los distintos puntos requeridos en su análisis.

2.

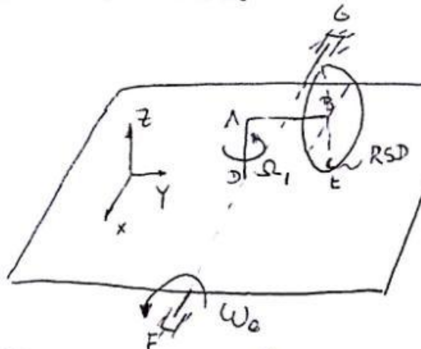


En la figura se muestra un sistema compuesto por un carro A, una barra AB y un disco de radio R. El disco de centro C rueda sin deslizar dentro de una superficie cóncava de centro O y radio 5R. El disco posee una corredera articulada con un perno a su centro C y dicho disco gira con velocidad angular ω_1 y aceleración angular α_1 (ambas conocidas) en el sentido indicado en la figura. La barra AB se encuentra articulada mediante un pasador al carro A y por otra parte la barra puede deslizar dentro de la corredera C articulada al disco. La barra AB tiene una longitud 7R.

Considerando que nunca se pierde el contacto entre el disco y la superficie cóncava y que el carro se desplaza sobre la superficie horizontal con velocidad V_0 y aceleración A_0 (ambas conocidas), calcule la velocidad y aceleración angulares absolutas de la barra AB.

En su respuesta indique los sistemas de coordenadas que utiliza y si ellos son solidarios a alguno de los componentes del sistema.

P1 E1 Dinámica I Ene - Mar 2015



$|\overline{AB}| = 2r$, disco radio r

$\vec{\omega}_{disco} = ?$ ¿es genérica?

$\alpha_{disco} = ?$

Sol: $N=2$ A menos que se indique lo contrario, todos los sistemas de referencia a usar serán paralelos al sist. de ref. mostrado.

$DX_1Y_1Z_1 \to$ mesa

$$\vec{v}_A = \begin{bmatrix}\omega_0\\0\\0\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_1\\\hat J_1\\\hat K_1\end{matrix} \times \begin{bmatrix}0\\0\\r\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_1\\\hat J_1\\\hat K_1\end{matrix} = \begin{bmatrix}0\\-\omega_0 r\\0\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_1\\\hat J_1\\\hat K_1\end{matrix}$$

$AX_2Y_2Z_2 \to$ brazo

$$\vec{v}_B = \left\{\begin{bmatrix}\omega_0\\0\\\Omega_1\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_1\\\hat J_1\\\hat K_1\end{matrix}\right\} \times \begin{bmatrix}0\\2r\\0\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_2\\\hat J_2\\\hat K_2\end{matrix} + \begin{bmatrix}0\\-\omega_0 r\\0\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_1\\\hat J_1\\\hat K_1\end{matrix}$$

$$\vec{V}_E = \begin{bmatrix}\omega_0\\0\\ \\\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_1\\\hat J_1\\\hat K_1\end{matrix} \times \begin{bmatrix}0\\2r\\-r\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_2\\\hat J_2\\\hat K_2\end{matrix} + \begin{bmatrix}0\\-\omega_0 r\\0\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_1\\\hat J_1\\\hat K_1\end{matrix} = \vec{V}_C$$

$CX_3Y_3Z_3 \to$ rueda

$$\vec{v}_B = \vec{V}_C + \left\{\begin{bmatrix}\omega_0\\0\\\Omega_1\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_1\\\hat J_1\\\hat K_1\end{matrix} + \begin{bmatrix}0\\-\Omega_2\\0\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_2\\\hat J_2\\\hat K_2\end{matrix}\right\} \times \begin{bmatrix}0\\0\\r\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat I_2\\\hat J_2\\\hat K_2\end{matrix} \quad \cdots (a)$$

Pero observamos que el movimiento relativo de B respecto de la plataforma se puede calcular por dos vías.

$$\vec{V}_B = -\Omega_1 . 2r\,\hat I_2 = -\Omega_2 r\,\hat I_2$$

$$\Rightarrow \Omega_2 = 2\Omega_1 \quad \forall t$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_{disco} = \omega_0\,\hat\imath + \Omega_1\,\hat K_1 + 2\Omega_1(-\hat J_2)} \quad \forall t \quad \boxed{5}$$

$$\vec{\alpha}_{disco} = \Omega_1 . \dot{\hat K}_1 - 2\Omega_1 . \dot{\hat J}_2$$

$$\frac{d\hat K_1}{dt} = -\omega_0 . \hat J_1$$

$$\frac{d\hat J_2}{dt} = \vec{\omega}_{brazo} \times \hat J_2 = (\omega_0\,\hat\imath + \Omega_1 \hat K_1) \times \hat J_2$$

y para el instante mostrado:

$$\frac{d\hat J_2}{dt} = (\omega_0\,\hat\imath + \Omega_1\,\hat k) \times \hat\jmath = \begin{bmatrix}\omega_0\\0\\\Omega_1\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\Omega_1\\0\\\omega_0\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat\imath\\\hat\jmath\\\hat k\end{matrix}$$

entonces para este instante

$$\boxed{\vec{\alpha}_{disco} = \begin{bmatrix}2\Omega_1^2\\-\omega_0 . \Omega_1\\-2\omega_0\Omega_1\end{bmatrix}\begin{matrix}\hat\imath\\\hat\jmath\\\hat k\end{matrix}} \quad \boxed{5}$$

Cont. dem con (a)

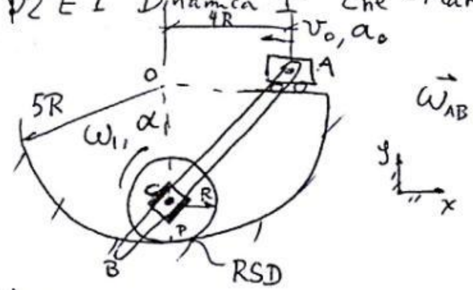
$$\Omega_1 . \hat K_1 \times 2r\,\hat J_2 = \cancel{\omega_0\,\hat I_1 \times (-r)\hat K_2} + \cancel{\omega_0\,\hat I_1 \times r\,\hat K_2} + {} - \Omega_2\,\hat J_2 \times r\,\hat K_2$$

$$-2\Omega_1 r\,\hat I_2 = -\Omega_2 . r\,\hat I_2 \quad \cdots \text{OK}$$

$$\Rightarrow \Omega_2 = 2\Omega_1 \quad \text{ok}$$

Pero la otra vía es más fácil de realizar.

P2 E L Dinámica I Ene - Mar 2015



$\vec{\omega}_{AB}, \vec{\alpha}_{AB} = ?$

Sol: N=2

Sist. $PX_1Y_1Z_1 \rightarrow$ disco

$$\vec{v}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ R \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{v}_c = \begin{bmatrix} \omega_1 R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{matrix}$$

Sist. $AX_2Y_2Z_2 \rightarrow$ barra

$$\vec{v}_c = \begin{bmatrix} -v_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -4R \\ -4R \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V.\sqrt{2}/2 \\ V.\sqrt{2}/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_c = \begin{bmatrix} -v_0 + 4\omega_b.R + V\sqrt{2}/2 \\ -4\omega_b.R + V\sqrt{2}/2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{matrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \hat{i} \cdots (a) \\ \hat{j} \cdots (b) \\ \hat{k} \end{matrix}$$

$$(a) - (b) \Rightarrow -v_0 + 8\omega_b R = \omega_1 R$$

$$\Rightarrow \omega_b = \frac{\omega_1}{8} + \frac{v_0}{8R} \quad \Big\} \; V = 4\sqrt{2}\,\omega_b.R$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\omega_1}{8} + \frac{v_0}{8R} \end{bmatrix} \begin{matrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{matrix}} \quad \text{p.c.m.} \quad \boxed{4}$$

Por descripción intrínseca de la trayectoria de c,

$$\vec{a}_c = \ddot{s}.\hat{e}_t + \frac{\dot{s}^2}{\rho}.\hat{e}_n$$

$$\vec{a}_c = \begin{bmatrix} \alpha_1 R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{i} + \frac{\omega_1^2 R^2}{4R}.\hat{j} = \begin{bmatrix} \alpha_1 R \\ \frac{\omega_1^2 R}{4} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \hat{i} \cdots (c) \\ \hat{j} \cdots (d) \\ \hat{k} \end{matrix}$$

Sist. $AX_2Y_2Z_2 \rightarrow$ barra

$$\vec{a}_c = \begin{bmatrix} -a_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -4R \\ -4R \\ 0 \end{bmatrix} - \omega_b^2. \begin{bmatrix} -4R \\ -4R \\ 0 \end{bmatrix} +$$

$$2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4\sqrt{2}\,\omega_b.R \\ 4\sqrt{2}\,\omega_b.R \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A.\sqrt{2}/2 \\ A.\sqrt{2}/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a}_c = \begin{bmatrix} -a_0 + 4\alpha_b.R + 4\omega_b^2 R - 8\sqrt{2}\,\omega_b^2 R + A\sqrt{2}/2 \\ -4\alpha_b.R + 4\omega_b^2 R + 8\sqrt{2}\,\omega_b^2 R + A\sqrt{2}/2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \hat{i} \cdot (c) \\ \hat{j} \cdot (d) \\ \hat{k} \end{matrix}$$

(c) - (d) $\Rightarrow$

$$-a_0 + 8\alpha_b R - 16\sqrt{2}\,\omega_b^2 R = \alpha_1 R - \frac{\omega_1^2 R}{4}$$

$$\boxed{\alpha_b = \frac{\alpha_1}{8} + \frac{a_0}{8R} + 2\sqrt{2}\,\omega_b^2 - \frac{\omega_1^2}{32}} \quad \boxed{6}$$

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE MECÁNICA
MC-2431 ENE/MAR 06

NOMBRE: Solución 07/02/06

CARNET:

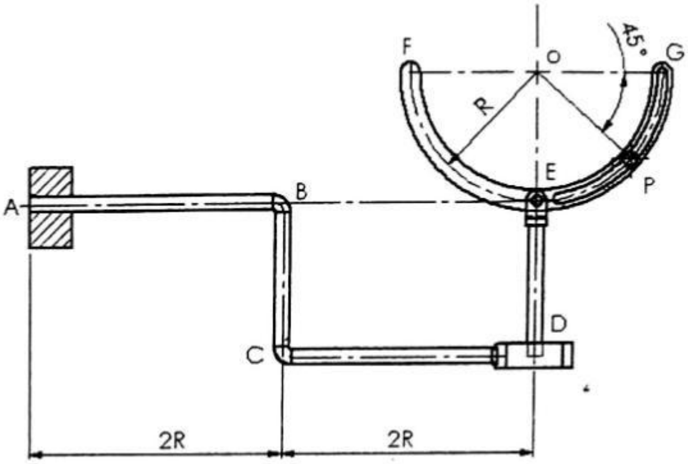
SECCIÒN:

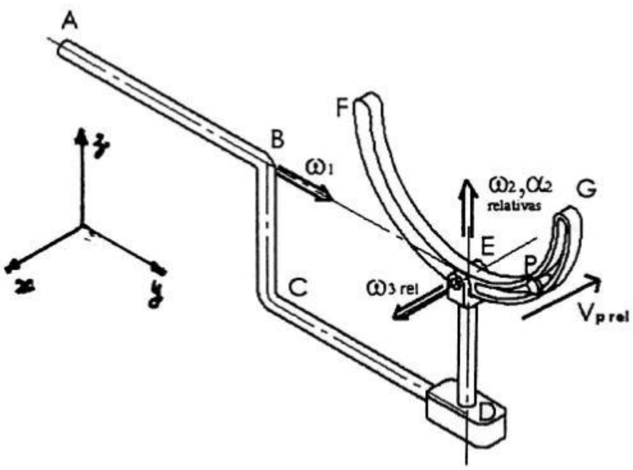
EXAMEN PARCIAL Nº I

Problema Nº 1

El mecanismo de la figura está formado por:
Una pieza doblada ABCD vinculada a tierra de forma tal, que solo puede rotar alrededor del eje AB,

- Una barra DE vinculada a la pieza ABCD de forma tal que solo puede rotar alrededor de si misma respecto a la pieza ABCD,
- Un anillo ranurado EFG vinculado a la barra DE de forma tal que solo puede rotar alrededor de un eje que pasa por el punto E y es perpendicular al plano que contiene al anillo (relativo a la barra DE) y,
- Una partícula P obligada a deslizar dentro de la ranura del anillo.





Sabiendo que para el instante mostrado en la figura:

- La pieza doblada ABCD gira con ω_1 absoluta constante,
- La barra DE gira con ω_2 , α_2 relativas a la pieza ABCD,
- El anillo gira con ω_3 relativa a la barra DE constante y
- La partícula se mueve con velocidad constante Vp relativa al anillo.

Calcular para el instante mostrado:

- Velocidad Absoluta de la partícula P
- Aceleración Absoluta de la partícula P (Nota: no sume ni multiplique los vectores que la conforman, solo defínalos claramente y calcúlelos TODOS).

Exprese sus resultados en función del sistema indicado en la figura.

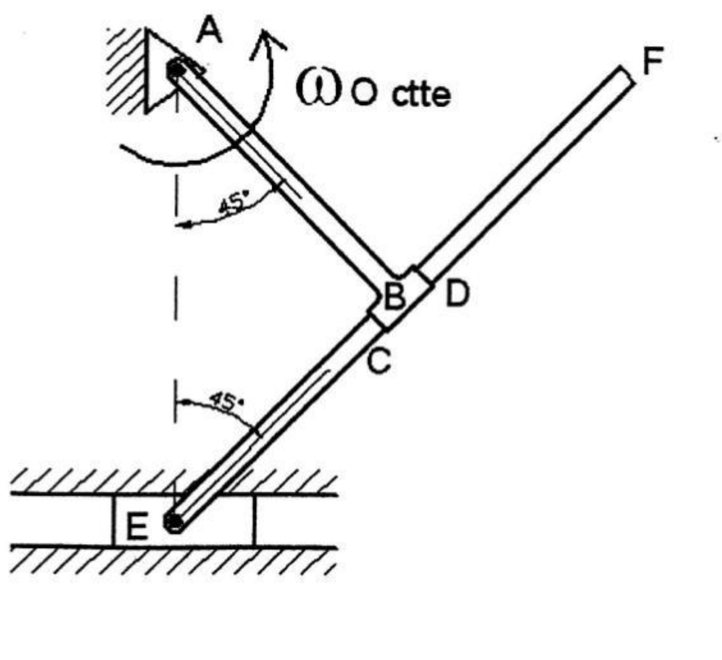
Problema Nº 2

El mecanismo de la figura está formado por:

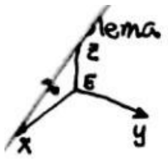
- Una pieza RIGIDA ABCD vinculada a tierra en el punto A mediante una articulación plana y de longitud AB ($2\sqrt{2}L$),
- Un bloque E obligado a deslizar dentro de una guía rectilínea y,
- Una barra EF de longitud total ($4\sqrt{2}L$)que se une al bloque E mediante un pasador ideal.

Note que la pieza RIGIDA ABCD esta formada por una barra AB y una corredera CD de dimensiones apreciables, la cual puede deslizar a lo largo de la barra EF.

Sabiendo que para el instante mostrado en la figura la pieza ABCD forma 45º con la horizontal y rota con velocidad angular absoluta ω_0 constante y que el punto B corresponde al punto medio de EF (para éste instante), determine la velocidad y aceleración del bloque E*



lema 1

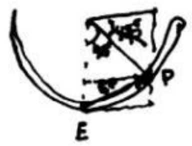


$$\xrightarrow[\text{Sol ARO}]{Exyz} \vec{v}_P = \vec{v}_E + \vec{\omega}_{ARO} \times \vec{EP} + \vec{V}_{RP/_{E\in ARO}}$$

Tomemos $\hat{e}_1$.. vector director eje AB

$\hat{e}_2$.. vector director eje DE

$\hat{e}_3$.. vector director perpendicular al plano del aro



$\vec{v}_E = 0$ E ∈ eje AB DE ROTACIÓN

$$\vec{\omega}_{ARO} = \omega_{AB}\hat{e}_1 + \omega_{DE}\hat{e}_2 + \omega_{ARO}\hat{e}_3$$

Para el instante mostrado:

$$\omega_{AB} = \omega_1 \quad \hat{e}_1 = \hat{J} \quad \omega_{DE} = \omega_2 \quad \hat{e}_2 = \hat{K} \quad \omega_{ARO} = \omega_3 \quad \hat{e}_3 = \hat{I}$$

$$\vec{EP} = R\cos 45\,\hat{J} + (R - R\sin 45)\hat{K} = \frac{\sqrt{2}}{2}R\hat{J} + R\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\hat{K}$$

$$\vec{\omega}_{ARO} \times \vec{EP} = (\omega_3\hat{I} + \omega_1\hat{J} + \omega_2\hat{K}) \times R\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{J} + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\hat{K}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}R\omega_3\hat{K} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)R\omega_3\hat{J} + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)R\omega_1\hat{I} - \frac{\sqrt{2}}{2}R\omega_2\hat{I}$$

$$= R\left[\left(\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\omega_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\omega_2\right)\hat{I} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\omega_3\hat{J} + \frac{\sqrt{2}}{2}\omega_3\hat{K}\right]$$

$$\vec{V}_{RP/_{E\in ARO}} = V_P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{J} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{K}\right)$$

$$\boxed{\vec{v}_P = R\left[\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\omega_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\omega_2\right]\hat{I} + \left[R\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\omega_3 + \frac{\sqrt{2}}{2}V_P\right]\hat{J} + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(V_P + R\omega_3\right)\hat{K}}$$

$$\xrightarrow[\text{Sol ARO}]{Exyz} \vec{a}_P = \vec{a}_E + \vec{\alpha}_{ARO} \times \vec{EP} + \vec{\omega}_{ARO} \times \vec{\omega}_{ARO} \times \vec{EP} + 2\vec{\omega}_{ARO} \times \vec{V}_R + \vec{A}_R$$

$\boxed{\vec{a}_E = \emptyset}$ .. E ∈ eje AB de Rotación

constantes

$$\vec{\alpha}_{ARO} = \frac{d\vec{\omega}_{ARO}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\omega_{AB}\hat{e}_1 + \omega_{DE}\hat{e}_2 + \omega_{ARO}\hat{e}_3\right) = \left(\overset{0}{\dot{\omega}_{AB}}\hat{e}_1 + \omega_{AB}\overset{0}{\dot{\hat{e}}_1} + \dot{\omega}_{DE}\hat{e}_2 + \omega_{DE}\dot{\hat{e}}_2 + \overset{0}{\dot{\omega}_{ARO}}\hat{e}_3 + \omega_{ARO}\dot{\hat{e}}_3\right)$$

$$= \alpha_{DE}\hat{e}_2 + \omega_{DE}\dot{\hat{e}}_2 + \omega_{ARO}\dot{\hat{e}}_3$$

$$\dot{\hat{e}}_2 = (\omega_{AB}\hat{e}_1 + \omega_{DE}\hat{e}_2) \times \hat{e}_2$$

$$\dot{\hat{e}}_3 = (\omega_{AB}\hat{e}_1 + \omega_{DE}\hat{e}_2 + \omega_{ARO}\hat{e}_3) \times \hat{e}_3$$

$$\boxed{\dot{\hat{e}}_2 = \dot{\hat{K}} = (\omega_1\hat{J} + \omega_2\hat{K}) \times \hat{K} = \omega_1\hat{I}}$$

$$\boxed{\dot{\hat{e}}_3 = \dot{\hat{I}} = (\omega_1\hat{J} + \omega_2\hat{K} + \omega_3\hat{I}) \times \hat{I} = \omega_2\hat{J} - \omega_1\hat{K}}$$

$$\vec{\alpha}_{ARO} = \alpha_2\hat{K} + \omega_2\omega_1\hat{I} + \omega_3\omega_2\hat{J} - \omega_3\omega_1\hat{K}$$

$$\vec{\alpha}_{ARO} = \omega_1\omega_2\hat{I} + \omega_2\omega_3\hat{J} + (\alpha_2 - \omega_1\omega_3)\hat{K}$$

$$\vec{\alpha}_{ARO} \times \vec{EP} = (\ldots) \times R\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{J} + \ldots\right)$$

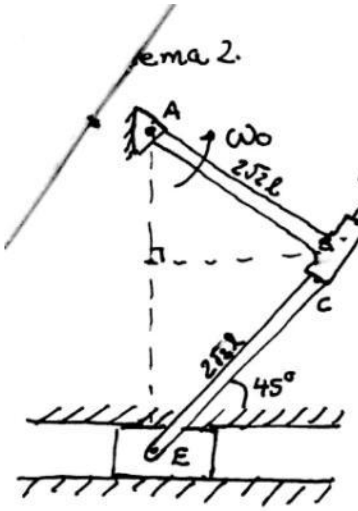
Para el instante mostrado

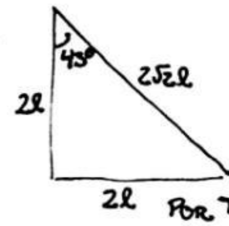
$$\vec{\omega}_{ARO} \times \vec{\omega}_{ARO} \times \vec{EP} = (\omega_3\hat{I} + \omega_1\hat{J} + \omega_2\hat{K}) \times R\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{J} + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\hat{K}\right)$$

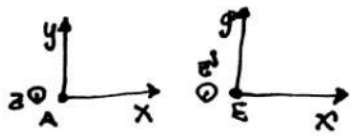
$$2(\omega_3\hat{I} + \omega_1\hat{J} + \omega_2\hat{K}) \times \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{V}_P(\hat{J} + \hat{K}) = 2\vec{\omega} \times \vec{V}_R$$

$$\vec{A}_{RP/_E} = \vec{A}_N + \underset{\substack{0 \\ V_{cte}}}{\vec{A}_T} = \boxed{\frac{V_P^2}{R}\frac{\sqrt{2}}{2}(-\hat{J} + \hat{K})}$$

…ema 2.







Por Trayectoria circular de $B \in ABCD$

$\xrightarrow[\text{Sol } AB]{Axyz}$ $\vec{v}_B = \omega_0 (2\sqrt{2}\,l)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(\hat{I}+\hat{J}) = 2\omega_0 l(\hat{I}+\hat{J})$

$\xrightarrow[\text{Sol } EF]{Exyz}$ $\vec{v}_B = \vec{v}_E + \vec{\omega}_{EF} \times \vec{EB} + \vec{V}_{RB/E \in EF}$

$\vec{v}_E = v_E \hat{I}$ (Por Trayectoria Rectilinea)

$\vec{\omega}_{EF} = ?$ Para entender $\vec{\omega}_{EF}$ la podemos expresar en términos de $\vec{\omega}_{AB}$

$\vec{\omega}_{EF} = \vec{\omega}_{AB} + \underbrace{\cancel{\vec{\omega}_{EF/\text{Relativa A } AB}}}_{0 \text{ Por Rigidez de } ABCD} \longrightarrow \vec{\omega}_{EF} = \vec{\omega}_{AB} = \omega_0 \hat{K}$

$\boxed{\vec{EB} = 2\sqrt{2}\,l(\cos 45 \hat{I} + \sin 45 \hat{J}) = 2\sqrt{2}\,l\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(\hat{I}+\hat{J}) = 2l(\hat{I}+\hat{J})}$

$\vec{V}_{RB/E \in EF} = V_R \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{I}+\hat{J})$

$\vec{v}_B = v_E\hat{I} + \omega_0 \hat{K} \times 2l(\hat{I}+\hat{J}) + V_R\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{I}+\hat{J})$

$\vec{v}_B = \left(V_E + \frac{\sqrt{2}}{2}V_R\right)\hat{I} + 2l\omega_0\hat{J} - 2l\omega_0\hat{I} + \frac{\sqrt{2}}{2}V_R\hat{J}$

$\vec{v}_B = \left(V_E + \frac{\sqrt{2}}{2}V_R - 2l\omega_0\right)\hat{I} + \left(2l\omega_0 + \frac{\sqrt{2}}{2}V_R\right)\hat{J}$

Igualando $\vec{v}_B$ desde los dos puntos de vista diferentes:

$$2\omega_0 l(\hat{I}+\hat{J}) = \left(v_E + \frac{\sqrt{2}}{2}V_R - 2l\omega_0\right)\hat{I} + \left(2l\omega_0 + \frac{\sqrt{2}}{2}V_R\right)\hat{J}$$

Para $\hat{J} \rightarrow \cancel{2\omega_0 l} = \cancel{2\omega_0 l} + \frac{\sqrt{2}}{2}V_R \rightarrow \boxed{V_R = 0}$

Para $\hat{I} \rightarrow 2\omega_0 l = v_E + \frac{\sqrt{2}}{2}\cancel{V_R}^{0} - 2l\omega_0 \rightarrow \boxed{v_E = 4\omega_0 l}$

Para las aceleraciones:

$\xrightarrow[\text{Sol } AB]{Axyz}$ $\vec{a}_B = \vec{a}_N + \cancel{\vec{a}_T}^{0} \rightarrow \vec{a}_B = \omega_0^2\, 2\sqrt{2}\,l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(-\hat{I}+\hat{J})$

$\xrightarrow[\text{Sol } EF]{Exyz}$ $\vec{a}_B = \vec{a}_E + \cancel{\vec{\alpha}_{EF}}^{0} \times \vec{EB} - \omega_{EF}^2 \vec{EB} + 2\vec{\omega}_{EB} \times \cancel{\vec{V}_{RB/E}}^{0} + \vec{A}_{RB/ESM}$

$\vec{a}_E = a_E\hat{I}$

$-\omega_{EF}^2\vec{EB} = -\omega_0^2\, 2l(\hat{I}+\hat{J})$

$\vec{A}_{RB/E \in EF} = A_R\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{I}+\hat{J})$

Igualando: $2l\omega_0^2(-\hat{I}+\hat{J}) = \left(a_E - 2l\omega_0^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}A_R\right)\hat{I} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}A_R - 2l\omega_0^2\right)\hat{J}$

Para $\hat{J} \rightarrow 2l\omega_0^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}A_R - 2l\omega_0^2 \longrightarrow A_R = 4l\omega_0^2\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}\,l\omega_0^2$

Para $\hat{I} \rightarrow -\cancel{2l\omega_0^2} = a_E - \cancel{2l\omega_0^2} + \frac{\sqrt{2}}{2}A_R \rightarrow \vec{a}_E = -\frac{\sqrt{2}}{2}A_R = -\frac{\sqrt{2}}{2}4\sqrt{2}\,l\omega_0^2 = \boxed{-4l\omega_0^2}$